

Média Ou Moda?

Qual o valor central a ser escolhido como ponto de partida para determinarmos a situação de um indivíduo, relativamente aos elementos biométricos nele tomados?

Major Médico

Dr. Sete Ramalho

Ex-Instrutor da E. E. F. E.

Quando queremos apreciar o valor relativo de uma ou mais medidas, tomadas diretamente ou calculadas posteriormente,

partimos sempre de um ponto central e verificamos quanto se afastam deste ponto, para mais ou para menos. Este afastamento nos é dado em graus, positivos ou negativos, conforme sejam seus valores absolutos superiores ou inferiores ao ponto de partida.

Sobre o assunto tem havido controvérsias e tem-se criticado o critério da MÉDIA como ponto central, achando-se que está mais de acordo com a realidade das coisas a escolha da MODA.

A MÉDIA, diz-se, é uma medida muita frequentemente irreal; o "Homem Médio" é uma figura fictícia, inexistente,

Nota da Redação — O trabalho de estatística biométrica apresentado pelo Cap. med. Sete Ramalho é um estudo original, pois está baseado em observações interessantíssimas, até então não referidas nos autores conhecidos, merecendo, portanto, a maior divulgação.

Partindo da afirmativa de que o número de observações necessárias à regularidade de uma curva de frequência está na razão direta da extensão da medida (dispersão), o Dr. Sete chega a provar não só está verdade, como outras conclusões úteis aos trabalhos estatísticos nos estudos antropométricos, pondo por terra a convenção das 300 observações e estabelecendo um novo argumento a que chamou: ponto de saturação, mostrando, assim, que com um pequeno número de observações, a média se afasta menos da moda real que a própria moda.

considerando-se o calculado pela média, e não o achado naturalmente pela verificação da moda.

Estamos de pleno acordo com este julgamento. Apenas uma restrição apresentamos, e esta mesma é que nos forçou a escolher a MÉDIA e não a MODA como ponto central para as tabelas de graus calculadas para uso da Escola de Educação Física do Exército: — só deveremos usar a MODA, como ponto central quando o número de observações for suficientemente grande, para que se não cometam erros maiores do que ao fazermos uso da MÉDIA.

E' esta nossa afirmativa que desejamos demonstrar.

Viola e seus seguidores baselam frequentemente o cálculo de suas tabelas, em um número de observações que foi julgado por eles muito bom: — 300 casos. Ha mesmo quem julgue ser 100 observações número já suficiente para colhermos dai a MODA e calcularmos as escalas de graus, como por exemplo, fez Medulla, erro proveniente talvez da falta de uma observação cuidadosa das curvas de bioestatística.

Segundo lei que já tivemos oportunidade de enunciar em nossas lições de Biometria, o número de observações indispensáveis à regularidade de uma curva de frequência está na razão direta da extensão que a medida tem: — quanto mais variações tem ela, tanto mais observações se fazem necessárias.

Usando a MODA com um pequeno número de observações (e consideramos 300 casos como tal), poderemos nos afastar muito mais da verdadeira MODA, colhida com um número suficiente de observações do que se tivéssemos, então, escolhido a MÉDIA.

Para demonstrarmos nossa afirmativa, escolhemos quatro medidas diferentes: — a altura, a envergadura, a capacidade vital e o peso, utilizando 1.200 fichas na Escola de Educação Física do Exército, todas elas cuidadosamente tomadas por médicos que se dedicam a esses estudos.

Organizamos essas fichas em ordem, a partir da 1934, até 1938, e estabelecemos nosso trabalho estatístico básico, isto é, fizemos a seriação de cem em cem fichas, obedecendo à ordem em que as mesmas se encontravam arquivadas. Assim não se poderá alegar que houve arrumação prévia, para demonstrarmos o que queríamos. As referidas fichas se acham à disposição daqueles que desejarem verificar as observações que fizemos.

Passemos agora a verificar os resultados que obtivemos, primeiramente com os 12 grupos de 100 fichas cada um; depois com 6 grupos de 200 fichas; e, sucessivamente, com os 4 de 300; com os 3 de 400; com os 2 de 500; com os 2 de 600 e finalmente, com os grupos de 700 — 800 — 900 — 1.000 — 1.100 — 1.200.

Vejamos agora, nas tabelas anexas, as frequências, ou melhor, as ocorrências encontradas, e analisemos os resultados.

PARA GRUPOS DE 100 FICHAS:**Capacidade vital:**

A Moda variou entre 35 dl e 44dl.
A Média, entre 37dl,82 (38.00) e 44dl,69 (45.00).

A moda real observada em 1.200 casos, foi de 40 dl.

Perguntamos: Quem errou mais, o indivíduo que, com 100 observações, escolheu a média de 38 dl ou o que, com o mesmo número de observações, escolheu a moda de 35 dl? — Quem está mais próximo do homem serial médio, expressão da realidade média humana?

Estatura:

A moda variou entre 1m,58 e 1m,74, conforme o grupo escolhido.

A média, entre 1m,65 e 1m,69.

A moda real, existente com as 1.200 observações, é de 1m,69.

Quem erraria mais, o que escolheu a moda de 1m,58 para ponto central ou o que escolheu a média de 1m,69?

Envergadura:

A moda variou entre 1m,67 e 1m,76.

A média, entre 1m,69 e 1m,76.

Quem erraria mais, o que escolheu a moda de 1m,67, ou o que escolheu a média de 1m,69, sabendo-se que a moda real é 1m,70 em 1.200 observações?

Peso:

A moda variou entre 55kg. e 66 kg. |

A média, entre 59kg. e 65kg.

Quem erraria mais, aquele que, dispondo do 7.º grupo de observações, por exemplo, com uma média de 59kg,08 ou uma moda de 55kg., escolhesse esta ou aquela, sabendo-se que a moda real é 60kg. com 1.200 observações?

PARA GRUPOS DE 200 OBSERVAÇÕES:**Capacidade vital:**

A moda variando entre 35dl. e 44dl.; a média entre 39 dl e 43 dl. Quem tivesse, por exemplo, as 200 observações, correspondentes ao 4.º grupo, teria como moda 35 dl. e como média 39 dl.

Quem erraria mais (sabendo-se que a moda real é 40,00), escolhendo a média ou escolhendo a moda?

Altura:

A moda varia entre 1m,63 e 1m,69; a média entre 1m,66 e 1m,69.

Aquele que tivesse, por exemplo, as 200 observações do 4.º grupo, erraria mais escolhendo a moda (1m,64) do que escolhendo a média (1m,67), sabendo-se agora que a verdadeira moda é de 1m,69.

Envergadura:

A moda varia entre 1m,70 e 1m,75; a média entre 1m,70 e 1m,75.

O indivíduo, por exemplo, que dispusesse das 200 observações correspondentes ao 6.º grupo, erraria mais escolhendo a moda de 1m,75 ou a média de 1m,74, sabendo-se agora que a moda real, com 1.200 observações, é de 1m,70?

Peso:

A moda varia entre 57kg. e 65 kg.

A média entre 60kg. e 63kg.

Atuando com o 4.º grupo de 200 observações, onde a média é de 60kg,68 e a moda 58kg., o erro seria muito maior utilizando esta, pois a moda real é 60kg.

PARA GRUPOS DE 300 OBSERVAÇÕES:**Capacidade vital:**

A moda varia 35 dl e 40 dl; a média entre 39dl e 43dl.

Quem dispunha do 3º ou 4º grupo de observações teria como moda 35dl e como média, respectivamente, 39 dl e 40 dl.

Sabendo-se agora que a moda real é 40dl, quando erraria mais?

Estatura:

A moda variou entre 1m,62 e 1m,72; a média, entre 1m,68 e 1m,68.

Quem dispuzesse, por exemplo, das observações constantes do 4º grupo, escolhendo a moda (1m,62) ou a média (1m,68), quando estaria mais próximo da verdadeira moda (1m,69)?

Envergadura:

A moda variou entre 1m,70 e 1m,75; a média entre 1m,71 e 1m,74.

Quem dispusesse do 4.º grupo de observações teria que escolher entre a moda (1m,75) e a média (1m,74). Quando erraria mais, sabendo-se que a verdadeira média serial (moda) é 1m,70?

Peso:

A moda varia entre 58kg e 65kg.; a média entre 61kg. e 63kg.

No 3º grupo de observações a média é de 60kg,52 e a moda 58kg.

PARA GRUPOS DE 400 OBSERVAÇÕES:**Capacidade vital:**

A moda varia entre 35 dl e 40 dl, a média entre 40dl e 43dl.

No 3º grupo de observações, a moda é 35 dl e a média 40 dl. Se tivéssemos escolhido esta última não teríamos errado, em relação à verdadeira moda.

Estatura:

A moda varia entre 1m,62 e 1m,72; a média entre 1m,67 e 1m,68.

No 3.º grupo de observações, a moda varia entre 1m,62 e 1m,65 e a média é de 1m,67. A verdadeira média serial (moda) é, como sabemos, 1m,69.

Envergadura:

A moda varia entre 1m,70 e 1m,75; a média entre 1m,72 e 1m,74.

No 3.º grupo de observações, a moda é 1m,75 e a média 1m,74.

Sendo a moda verdadeira 1m,70, onde o maior erro em relação a ela?

Peso:

A moda varia entre 57kg. e 65kg.; a média entre 61kg. e 63kg.

Quem dispuzesse do 2º grupo de observações teria como média 61kg. e como moda 57kg. Quando estaria mais certo, com a média ou com a moda, sabendo-se que a verdadeira média serial é 60kg.?

PARA GRUPOS DE 500 OBSERVAÇÕES:**Capacidade vital:**

Moda fixada em 40dl (coincidindo com a moda de 1.200 observações).

Média variando entre 40 dl e 43 dl.

Observe-se que daí em diante a MODA se fixou em 40dl e a média ficou um pouco maior (41dl).

Isto significa que, para a capacidade vital, o ponto que designaremos, até me-

lhor nome, de "PONTO DE SATURAÇÃO", está em 500 observações (cerca do dobro das julgadas suficientes).

Estatura:

A moda varia entre 1m,65 e 1m,69; a média entre 1m,67 e 1m,68. O observador do 2º grupo de 500 observações erraria mais usando a moda (1m,65) do que a média (1m,67), sabendo-se que a verdadeira média serial é de 1m,69.

Envergadura:

Moda fixada em 1m,70; média variando entre 1m,72 e 1m,73.

Verifica-se que daí em diante a moda não mais se afasta de 1m,70.

Embora a média vá disto se aproximando cada vez mais, quem a escolher errará mais.

Isso significa que para a envergadura, também, o "PONTO DE SATURAÇÃO" está em 500 observações.

Peso:

Moda: de 55kg. a 65kg.; média: de 63kg.

Em qualquer dos dois grupos quem escolhesse a moda erraria por 5kg. (a mais ou a menos, conforme o grupo escolhido), o que adotasse a média erraria por 3kg.

PARA GRUPOS DE 600 OBSERVAÇÕES:

Fixada a moda da capacidade vital e da envergadura em 500 observações, prossigamos no estudo das outras qualidades até que tenhamos as mesmas fixadas.

Estatura:

A moda varia ainda entre 1m,65 e 1m,69; a média de 1m,67 a 1m,68.

No 2.º grupo de observações, quem adotasse a moda (1m,65), em lugar da média (1m,67), erraria muito mais em relação à moda real (1m,69).

Peso:

A moda varia entre 60kg. e 65kg.; a média entre 61kg. e 63kg.

O possuidor do 2º grupo de observações teria a moda de 65kg e a média de 63kg; a verdadeira moda é, como vimos, de 60kg.

PARA GRUPOS DE 700 OBSERVAÇÕES:**Estatura:**

Moda: 1m,69; média: 1m,68.

Daí em diante a moda se fixou em 1m,69, isto é, tem seu "PONTO DE SATURAÇÃO" em 700 observações, mais do dobro do exigido pelos autores citados.

Peso:

A moda parece querer se fixar em 65kg. mas a variação 60kg tem apenas um caso menos. Fixação de moda duvidosa.

A Média: 62kg. Sabemos que a verdadeira moda é 60kg.

PARA GRUPOS DE 800 OBSERVAÇÕES:

Resta-nos apenas continuar no estudo do peso.

Peso:

Moda 65kg. Ainda duvidosa, pois nos 60kg. ha apenas uma observação menos.

Média 62kg.

Observe-se que a média se fixou desde o grupo anterior em 62kg.

PARA GRUPOS DE 900 OBSERVAÇÕES:

Peso:

Moda: 60kg; média 62kg.

Daf e mdiante a moda se fixa em 60kg. e a média continua fixa em 62kg.

O "PONTO DE SATURAÇÃO" para o peso é, pois, muito maior do que em qualquer outra das 4 medidas que tomamos para nossas experiências.

Por que?

Porque é, de todas, a que apresenta maior extensão, isto é, possui maior número de variações. Isto está de acordo com a lei que estabelecemos e que já nos referimos.

Façamos um resumo das variações em cada um dos elementos estudados:

Apliquemos "el cuento" agora ao caso dos valores biotipológicos, corda mais rudemente tangida por aqueles que criticam nosso critério de adoção (embora provisório) da média aritmética.

Usemos para nossos comentários os próprios valores encontrados por Barbára (I fundamenti della biotipologia umana):

Valores	Variações	Extensão
Tronco	De 8.1 a 53.5	454
Membros	De 86.5 a 160.4	739
Abdomen total	De 5.9 a 39.0	331
Tórax	De 2.2 a 14.5	123

Como se vê, o valor que menor número de variações possui é o "Valor Tó-

sentam decímetros cúbicos ou litros; mesmo que se desprezasse a fração de litro (o que não é o parecer dos autores do método), ainda assim as extensões das medidas, exceção feita para o valor tórax, seriam uma (σ valor abdomen total) comparavel à da capacidade vital e outra (σ do valor tronco), comparavel à da envergadura, ambas precisando de 600 observações para ser atingido o "ponto de saturação". Como fazê-lo com as trezentas preconizadas?

Poder-se-á objetar que seria mais fácil colher a moda nos valores grupados, onde a extensão pode ser muito reduzida. Isto seria absurdo para quem maneja com estatística, pois é sabido que, conforme o intervalo de classe e mesmo com igual intervalo de classe poder-se-á obter modas diferentes em uma mesma estatística, bastando mesmo, para o segundo caso, variar de um ponto o início do grupo primeiro.

Perguntamos ainda: será justo usar de um artifício quase deshonesto para acharmos uma moda, mesmo assim não isenta de erro em relação à verdadeira moda?

Será justo que, para umas medidas (aquelas de "ponto de saturação" facilmente alcançável) açote-se como valor central a MODA e para outras, cujo "ponto de saturação" exige numerosíssimas observações, a MÉDIA, uma vez que a primeira é tão suscetível de variação?

Não serão as tabelas assim organizadas bastante confusas?

Insistimos: -- a Média é o menos variável dos valores centrais.

Concluímos: -- Devemos usá-la, segundo o conselho de Yule, até que tenhamos um número suficiente de casos, momento este em que poderemos, então, sem receio de cometermos maiores erros, passar a adotar a MODA como ponto de referência.

Medida	Extensão	Variações	Ponto de saturação
Capacidade vital	36		
Envergadura	42	(2.4 a 6.0)	600 observações
Estatura	37	(1.55 a 1.97)	600 "
Peso	53	(1.51 a 1.88)	800 "
(44 a 97)	1.000	"	"

Nota — Aumentamos propositadamente de mais uma centena os "PONTOS DE SATURAÇÃO" encontrados para cada uma das medidas, pois assim pensamos que exige a segurança da adoção de Moda como ponto central.

Com exceção da medida da "Envergadura" (uma exceção que não podemos ainda explicar), as demais medidas aumentaram o número de observações necessárias ao encontro de uma MODA firme, na razão direta da extensão de sua variabilidade.

rax", com 123, isto é, mais do dobro das variações do peso, cujo "ponto de saturação" para a verdadeira moda só é atingido nas proximidades de mil observações. Devemos considerar que a razão que deve presidir a provavel lei de saturação (que estamos ainda pesquisando), nos parece mais uma razão geométrica do que aritmética. Portanto, não se deve pensar que, como a extensão de uma medida é o dobro da de outra, segue-se que o número de observações deve sê-lo também. Talvez seja mesmo elevado ao quadrado.

No caso dos valores cúbicos os dados situados antes do ponto existente repre-